

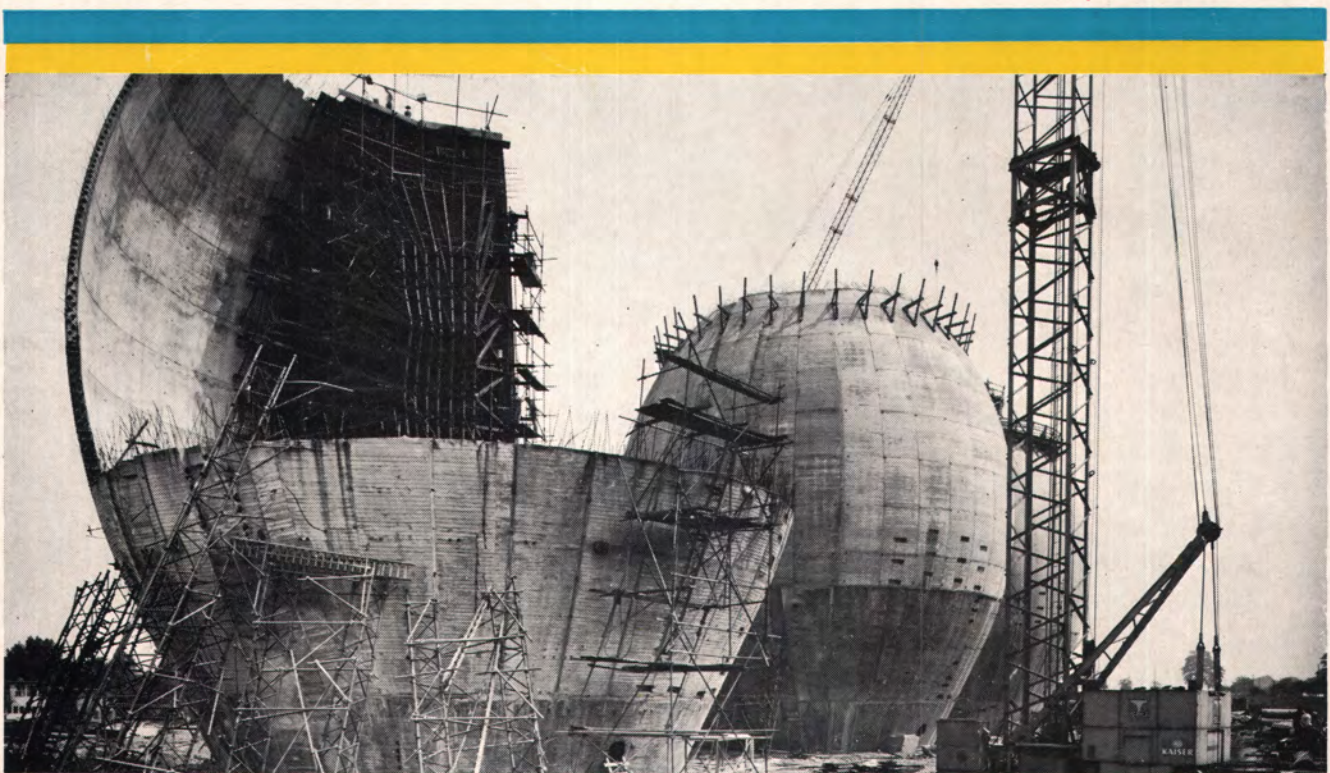
STRASSE BRÜCKE TUNNEL

Schriftleitung: Prof. Dipl.-Ing. R. v. Halász · Berlin
 Prof. Dr.-Ing. H. Wagner · TU Hannover

Verlag Wilhelm Ernst & Sohn KG
 1 Berlin 31, Hohenzollerndamm 170
 26. Jahrgang · Juni 1974, Heft

6

Arch.



Wenn es um Sichtbeton außen und um Abdichtung innen geht, weiß Deitermann eine Lösung.

Dieses kühne Bauwerk einer Kläranlage stellte drei Forderungen:
 Erstens: Homogenes Betongefüge mit gesteigerter Druckfestigkeit, Wasserundurchlässigkeit und Widerstandsfähigkeit gegen Aggressiveinflüsse. Diese Werte wurden mit unseren Betonzusatzmitteln CERINOL-11(BV) und CERINOL-Pulver (DM) erreicht.
 Zweitens: Hoher Schaleffekt und glatte, lunkerfreie Sichtbetonfläche. Die Lösung brachte unser Universaltrennmittel RELAX-multi.



Drittens: Gasdichter Abschluß der inneren Kuppel. Er wurde mit dem lösungsmittelfreien, wasser-, chemikalien-, laugen- und säurebeständigen Flüssigkunststoff EUROLAN-FK 20 erreicht.

Jedes Problem am Bau verliert seine Schwierigkeiten, wenn man die Lösung kennt. Wenn es um Betonvergütung und Abdichtung geht, hat sie Deitermann. Unsere Information Nr. 1 sagt mehr darüber.

Deitermann hat das große Programm.

DEITERMANN CHEMIE 4354 DATTELN, Postfach 1471, Tel. 02363/1091, Telex 829 809. Allein in der Bundesrepublik über 100 Berater und Anwendungstechniker. Auslandsvertretungen: In Österreich Deitermann-Interchema, Linz, in der Schweiz Fresco AG, Berneck und Wachendorf & Cie., Basel. Weitere Vertretungen in 11 europäischen Ländern.

Tiefbauer: Die Hilfe kommt von Hoesch.



Dipl.-Ing. Schoppe
Dipl.-Ing. Gielisch
Ing. Rompf



In der Tiefbautechnik ist einiges passiert. Wirtschaftlichere, zeit- und kostensparende Verfahren wurden entwickelt und eingesetzt. Fast überall ist Hoesch mit dabei. Nicht nur als Lieferant von Spundwänden, Tiefbau-S-Profilen und anderem Ausbaumaterial, sondern - wichtiger noch - als Problemlöser.

Dann zum Beispiel, wenn Autobahnen, Straßen, U-Bahnen, Tunnels, Brücken, Hafen- und Schleusenanlagen, Trockendocks und Küstenschutzanlagen gebaut werden.

Dieses Plus sollten Sie nutzen. Die qualifizierte Erfahrung aus hunderten Projekten liefern wir garantiert mit, kostenlos für Sie.

Fordern Sie uns. Wir sind schnell bei Ihnen. Mit Rat und mit Stahl. Für den schnellen Kontakt: 02 31 / 8443163

Hoesch Hüttenwerke AG,
46 Dortmund.

Wenn wir heute die Zukunft zementieren, blockieren wir den Fortschritt. Vernünftig baut darum, wer nicht für die Ewigkeit baut, sondern für solche Zeiträume, innerhalb der sich voraussehbar im jeweiligen Bereich keine neuen Technologien (mit entsprechend neuen Bedingungen und Anforderungen) entwickeln.

Millionen Tonnen Stahlbeton lassen sich nur um das Vielfache des Preises wieder wegräumen, der aufgebracht wurde, um sie einzubringen. Oft wird so die bessere Zukunft verbaut.

Sinnvoller und wirtschaftlicher ist die Stahlbauweise. Beispiel: 1932 wurde die Mole im oberen Vorhafen der Schleuse Kostheim aus eingerammten Stahlspundbohlen hergestellt, 1966 wurden die Bohlen gezogen und zum größten Teil an anderer Stelle wieder verwendet.

Hoesch: Spezialist in Stahl und in Stahlservice.

HOESCH ESTEL

Das Gesamtverformungsverhalten von WiB-Überbauten entspricht auch bei einzelnen Rissen im Beton noch dem Zustand I, der reine Zustand II wird erst mit einer völligen Lockerung des Betons in der Zugzone wirksam.

Durch die Erforschung des gesamten Tragverhaltens können die WiB-Brücken wirklichkeitsgetreu und daher wirtschaftlich bemessen werden. Mit wenigen Richtzeichnungen für ganze Überbauten ist die Entwurfs- und Konstruktionsarbeit der Ingenieure spürbar zu vereinfachen.

Literatur

[1] Schaper, G.: Eiserne Brücken, S. 207. Berlin: Verlag Ernst & Sohn 1908.
 [2] Vorschriften der Eisenbahn-Direktion Berlin über Eisenbetontafeln, veröffentlicht im Zentralblatt der Bauverwaltung 1906, S. 327 ff.

[3] Dienstvorschriften (DV) der Deutschen Bundesbahn. DV 804 — Berechnungsgrundlagen für stählerne Eisenbahnbrücken. DV 805 — Grundsätze für die bauliche Durchbildung stählerner Eisenbahnbrücken.
 [4] Komorell, O.: Tafeln für Eisenbahnbrücken aus einbetonierten Walzträgern. Berlin: Verlag Ernst & Sohn 1911.
 [5] Verf. RVM 72 Ib 931 vom 16. Juli 1941, abgedruckt auf S. 342 der Ausgabe 1941 der DV 839 — Sammlung von ... Verfügungen.
 [6] Leonhardt, F.: Brücken aus einbetonierten Stahlträgern. Bautechnik 18 (1940), H. 31, S. 359—363.
 [7] Vorläufige Empfehlungen zur Bemessung und baulichen Durchbildung von Eisenbahnbrücken aus Walzträgern in Beton (EWiB), eingef. mit Verf. HVB 48 Ibs 1 vom 3. Dezember 1969.
 [8] Sattler, K.: Die Theorie der Verbundkonstruktionen. Berlin: Verlag Ernst & Sohn 1953.
 [9] Krng-Stein: Einflußfelder orthogonal anisotroper Platten. Berlin/Göttingen: Springer-Verlag 1961.

DK 624.074.5 Flächentragwerke

Einfluß der Querkontraktion bei der Analyse formorthotroper Flächentragwerke

von Richard Bareš, Institut für theoretische und angewandte Mechanik der Tschechoslowakischen Akademie der Wissenschaften, Prag

1. Einleitung

In der Vergangenheit rechnet man alle praktisch verwendbaren Methoden der Analyse formorthotroper Flächentragwerke nicht mit dem Einfluß der Querkontraktion der einzelnen Elemente. Der Poissonsche Beiwert wurde durchweg — meist stillschweigend — als dem Nullwert gleich vorausgesetzt. Erst das die Analogie der äquivalenten Platte verwendende Verfahren ermöglichte die konsequente Einführung dieses Einflusses in die Berechnung; der Autor benutzte diese Möglichkeit in seiner Methode der dimensionslosen Beiwerte [1] durch die Einführung des Kontraktionsfähigkeitsparameters der Konstruktion; dadurch entstand auch eine Unterlage für die Beurteilung des Einflusses der Vernachlässigung der Querkontraktion (des Poissonschen Beiwertes) in den verschiedenen Phasen der Berechnung von Konstruktionen dieses Typs.

Bei der Verwendung der Analogie der äquivalenten Platte, die durch die Hubersche Gleichung beschrieben wird (Bild 1)

$$\varrho_L \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \varrho_Q \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (1)$$

macht sich in ihren verschiedenen Phasen auch der Einfluß der Querkontraktion des Materials, aus dem die Konstruktion besteht, bemerkbar, und zwar ohne Rücksicht auf die Belastungsart. Der Einfluß der Querkontraktion auf die Interaktion der einzelnen Elemente wird durch den Kontraktionsfähigkeitsparameter

$$\eta = \nu_L \sqrt{\frac{\varrho_L}{\varrho_Q}} \quad (2)$$

der Konstruktion als eines Ganzen definiert.

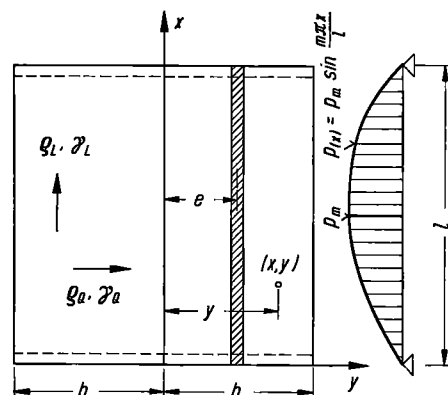


Bild 1

Die Biegesteifigkeiten ϱ_L , ϱ_Q und die Torsionssteifigkeit γ_L , γ_Q der äquivalenten Platte werden, wie in [2] gezeigt wurde, mit Verwendung der Poissonschen Beiwerte des Materials der einzelnen Konstruktionsteile bestimmt. Da die Materialorthotropie durch die Formorthotropie vertauscht ist, beeinflussen im Äquivalent die einzelnen Konstruktionselemente (Platte, Längsbalken, Querträger) gegenseitig auch ihre Elastizitätskonstanten (z. B. durch die Behinderung oder Erleichterung der Querkontraktion u. a.). Der durch die Formel (2) gegebene Kontraktionsfähigkeitsparameter ist deshalb abhängig vom Querschnitt und Abstand der prismatischen Elemente in beiden Richtungen, von der Fläche des Plattenteiles und von den Materialeigenschaften der einzelnen Teile.

Zum zweitenmal treffen wir auf den Einfluß der Querkontraktion in der Gleichung (1), wo der Kontraktionsfähigkeitsparameter der Konstruktion im Mittelglied auftritt; gemäß [1] ist

$$2H = 2[\eta + a(1 - \eta)] \sqrt{\varrho_L \varrho_Q} \quad (3)$$

wo a den Torsionssteifigkeitsparameter der Konstruktion bedeutet.

Zum drittenmal tritt die Querkontraktion in die Berechnung bei der Beschreibung einiger Randbedingungen, insbesondere der Bedingungen am freien Rand ein; ihr Einfluß wird wieder durch den Kontraktionsfähigkeitsparameter ausgedrückt.

Schließlich tritt zum viertenmal der Einfluß der Querkontraktion auch bei der Bestimmung der einzelnen Innenkräfte (Biegemomente, Schubkräfte, Reaktionen) auf; auch hier kann man für den Ausdruck ihres Einflusses den Kontraktionsfähigkeitsparameter verwenden.

2. Einfluß der Querkontraktion auf die Werte der dimensionslosen Beiwerte

Durch die Vernachlässigung des Kontraktionsfähigkeitsparameters in den Integrationskonstanten (und natürlich auch in der Gleichung (1)) werden alle dimensionslosen Beiwerte beeinflusst. Obgleich bei allen Innenkräften, die von der Kombination einiger dimensionsloser Beiwerte und überdies unmittelbar vom Parameter η abhängen, ein anderer Fehler entsteht, beachten wir diese Beeinflussung durch die Änderung des Parameters η von $\eta = 0$ zu $\eta = 0,25$.

Der richtige Wert des dimensionslosen Beiwertes X ist eine Funktion von ϑ , α , η , φ , ψ ; der Wert des dimensionslosen Beiwertes $\circ X$ (ϑ , α , η , φ , ψ) entspricht $\eta = 0$. Der Quotient des Unterschiedes dieser Werte

$$\Delta X = (X - \circ X) \quad (4)$$

zum richtigen Wert X drückt den Fehler an jeder Stelle von ϑ und ψ für eine bestimmte Kombination von ϑ , α und η aus, d. h.

$$R_x = \frac{\Delta X}{X} \dots \dots \dots (5)$$

Eine Bedeutung haben jedoch die Fehler nur für die absolut größten Werte des Beiwertes X für jede Kombination von ϑ , α und η . Die Fehler an den übrigen Stellen von φ , ψ verlieren an Wichtigkeit proportional zur absoluten Bedeutung des Beiwertes. Daher werden die gemäß (5) gefundenen Fehler durch das absolute Verhältnis des Wertes des Beiwertes $X(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi)$ zum größten Wert desselben Beiwertes $X(\vartheta, \alpha, \eta)_{\max}$ reduziert, so daß der reduzierte Fehler wie folgt ausgedrückt wird:

$$R_{x\text{red}} = \frac{\Delta X}{X} \left| \frac{X(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi)}{X(\vartheta, \alpha, \eta)_{\max}} \right| \dots \dots \dots (6)$$

Die derart formulierten Fehler gegenüber dem richtigen Wert, der dem Parameter $\eta = 0,25$ entspricht, wurden berechnet für den Querversteifungsparameter $\vartheta = 0,05; 0,25; 0,5; 0,75; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0$; für den Torsionssteifigkeitsparameter $\alpha = 0; 0,5; 1,0$ und für 45 Kombinationen von φ und ψ bei allen dimensionslosen Beiwerten. Außerdem wurde immer auch die absolute durchschnittliche reduzierte Ungenauigkeit der Berechnung

$$|R_{x\text{red}}|_s = \frac{\sum |R_{x\text{red}}|}{n} \dots \dots \dots (7)$$

bestimmt, wobei diese Ungenauigkeit einer bestimmten Kombination von ϑ und α entspricht. Die maximalen reduzierten Fehler und die durchschnittlichen Berechnungsungenauigkeiten für die vier dimensionslosen Grundbeiwerte K, μ, τ und κ sind in den Tabellen I und II angeführt. Das Pluszeichen bedeutet die Abweichung auf eine gefährliche Seite, so daß der absolute Wert des Beiwertes $\circ X$ für $\eta = 0$ kleiner ist als der absolute Wert des Beiwertes X für $\eta = 0,25$; das Minuszeichen bedeutet die Abweichung nach der sicheren Seite. Die Fehler in den übrigen dimensionslosen Beiwerten sind bis auf ϑ^s verhältnismäßig klein (in Prozenten), sie sind detailliert in [3] angeführt.

3. Einfluß der Querkontraktion auf statische Größen

Die aus dem Vergleich der dimensionslosen Beiwerte X für $\eta = 0$ und $\eta = 0,25$ gemäß dem vorhergehenden Kapitel hervorgehenden Schlußfolgerungen kann man unmittelbar nur für die Durchbiegung w , die eine lineare Funktion des Beiwertes K ist, benutzen. Den Wert der Innenkräfte (die durch die betreffenden Derivativen w [1] gegeben sind) beeinflusst jedoch der Kontraktionsfähigkeitsparameter η nicht nur die Vermittlung der Integrationskonstanten (d. h. der Randbedingungen), sondern auch durch seine Gegenwart in der betreffenden Beziehung.

Tabelle I. Maximale reduzierte Fehler der dimensionslosen Beiwerte K, μ, τ, κ durch Einfluß der Vernachlässigung von $\eta = 0,25$

	$\alpha \backslash \vartheta$	0,05	0,25	0,5	0,75	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$(R_{K\text{red}})_{\max}$ %	0	6,4	9,8	15,5	16,2	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1
	0,5	7,1	16,0	18,8	18,9	18,9	18,9	18,9	18,9	18,9
	1	6,8	14,2	18,2	18,7	18,7	18,8	18,8	18,8	18,7
$(R_{\mu\text{red}})_{\max}$ %	0	100 81,2	99,7 79,1	75,4 52,3	69,3 38,2	69,5 29,5	92,3 8,6	100 -1,5	100 -1,5	100 0,9
	0,5	99,0 97,8	88,5 73,7	83,5 57,5	82,7 46,1	85,1 38,2	96,3 16,3	96,3 5,2	96,3 1,4	96,3 0,5
	1	98,9 97,6	91,1 73,9	92,5 59,1	87,4 44,9	83,6 34,4	82,1 13,7	82,1 5,5	82,1 2,2	82,1 0,8
$(R_{\tau\text{red}})_{\max}$ %	0	6,7	16,0	25,4	25,0	24,9	25,0	25,0	25,0	25,0
	0,5	37,3	34,9	32,8	32,5	32,5	32,5	32,5	32,5	32,5
	1	46,0	39,6	35,7	35,1	35,0	35,0	35,0	35,0	35,0
$(R_{\kappa\text{red}})_{\max}$ %	0	98,6	80,6	55,4	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0
	0,5	37,3	34,9	32,8	32,5	32,5	32,5	32,5	32,5	32,5
	1	38,2	31,0	26,5	25,8	25,7	25,7	25,7	25,7	25,7

Tabelle II. Durchschnittliche Berechnungsungenauigkeiten der dimensionslosen Beiwerte K, μ, τ, κ durch Einfluß der Vernachlässigung von $\eta = 0,25$

	$\alpha \backslash \vartheta$	0,05	0,25	0,5	0,75	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$ R_{K\text{red}} $ %	0	2,0	1,9	2,4	2,5	2,1	1,2	0,9	0,9	0,8
	0,5	6,0	3,6	2,4	1,8	1,4	0,9	0,7	0,6	0,6
	1	6,1	3,8	2,3	1,6	1,1	0,6	0,6	0,4	0,4
$ R_{\mu\text{red}} $ %	0	32,1	30,1	16,2	8,9	6,1	4,4	3,9	3,7	3,3
	0,5	93,4	44,8	17,8	9,7	6,9	4,0	3,1	2,8	2,6
	1	95,2	50,0	20,8	10,5	6,7	3,1	2,3	2,1	1,9
$ R_{\tau\text{red}} $ %	0	3,3	4,1	4,8	3,8	2,8	1,4	1,0	0,7	0,7
	0,5	13,7	10,4	5,8	3,5	2,5	1,3	1,0	0,8	0,8
	1	17,0	12,0	6,3	3,6	2,4	1,2	0,9	0,9	0,8
$ R_{\kappa\text{red}} $ %	0	54,5	38,7	14,9	7,2	3,1	2,6	1,5	1,5	1,5
	0,5	13,8	11,6	7,4	4,5	3,0	1,4	0,9	0,8	0,8
	1	15,3	10,9	5,9	3,5	2,3	1,0	0,8	0,7	0,6

Bezeichnen wir eine beliebige statische Größe mit Y ; sie ist (wie im vorhergehenden Fall jeder dimensionslose Beiwert X) eine Funktion der Parameter ϑ, α und η ; sowie φ, ψ . Der Ausdruck, durch den die Innenkraft gegeben ist, setzt sich gewöhnlich aus den zwei Gliedern in folgender Form zusammen

$$Y(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi) = C [X_1(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi) + k X_2(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi)] \dots \dots \dots (8)$$

wo gemäß [1] C der Ahmungsbeiwert der betreffenden Größe ist,

X_1, X_2 einige von den dimensionslosen Beiwerten sind,

k der vom Parameter η bzw. auch α abhängige Beiwert ist.

Nach der Gleichung (4) ist

$$\begin{aligned} X_1 &= \circ X_1 + \Delta X_1 \\ X_2 &= \circ X_2 + \Delta X_2 \end{aligned} \dots \dots \dots (9)$$

wo X_1, X_2 die genauen Werte der Beiwerte sind;

$\circ X_1, \circ X_2$ die Werte der Beiwerte sind, wenn η in den Randbedingungen und in der Gleichung (1) vernachlässigt wird;

$\Delta X_1, \Delta X_2$ die Zunahme der Beiwerte durch Einfluß der Einführung des genauen Wertes η in die Randbedingungen und in die Gleichung (1) anstelle von $\eta = 0$ sind.

Durch die Verbindung von (9) und (8) erhalten wir nach Umstellung

$$Y = C [(\circ X_1 + k \circ X_2) + (\Delta X_1 + k \Delta X_2)] = \circ \eta Y + \circ \eta \Delta Y \dots \dots \dots (10)$$

wo das erste Binom $\circ \eta Y$ den Wert der Innenkraft Y bei Vernachlässigung des Parameters η in den Randbedingungen und in der Gleichung (1) bedeutet und das zweite Binom $\circ \eta \Delta Y$ den Zuwachs der Innenkraft durch Einfluß der Einführung des richtigen Wertes η in die Randbedingungen ausdrückt. In beiden Fällen wird (durch Vermittlung von k) im Ausdruck für die Innenkraft der richtige Wert von η beachtet. So wie im vorhergehenden Kapitel drücken wir den Fehler, den wir bei der Bestimmung einer jeden Innenkraft begehen, durch das Verhältnis des Unterschiedes $\circ \eta \Delta Y = Y - \circ Y$ zum richtigen Wert Y aus, so daß

$$\circ \eta R_y = \frac{\circ \eta \Delta Y}{Y} \dots \dots \dots (11)$$

Diesen Fehler $\circ \eta R_y$, der an jeder Stelle von φ, ψ den Einfluß der Vernachlässigung von η in den Randbedingungen ausdrückt, muß man noch wie in Abschnitt 2 durch das absolute Verhältnis des Wertes der Innenkraft $Y(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi)$ zum maximalen Wert derselben Innenkraft $Y(\vartheta, \alpha, \eta)_{\max}$ reduzieren, d. h.

$$\eta R_{y,red} = \frac{\eta \Delta Y}{Y} \cdot \left| \frac{Y}{Y_{max}} \right| \dots \dots \dots (12)$$

Wenn demgegenüber in der Gleichung (8) die richtigen Beiwerte X_1, X_2 (die für den wirklichen Wert η bestimmt sind) verwendet werden und der in k auftretende Parameter η vernachlässigt wird, gewinnt man eine Anschauung von dem Einfluß — bei Verwendung der richtigen Randbedingungen sowie der Ausgangsgleichung — der gesuchten Innenkraft durch die Vernachlässigung von η in der Gleichung, die diese definiert. Demgemäß folgt

$$\eta^0 Y(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi) = C [X_1(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi) + \circ k X_2(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi)] \dots \dots \dots (13)$$

wo $\circ k$ den Beiwert k aus der Gleichung (8) für $\eta = 0$ bezeichnet. Der Fehler geht analog zum vorhergehenden aus dem Verhältnis des Unterschiedes $\eta^0 \Delta Y = Y - \eta^0 Y$ zum richtigen Wert Y hervor, d. h.

$$\eta^0 R_y = \frac{\eta^0 \Delta Y}{Y} \dots \dots \dots (14)$$

Zur Einführung der faktischen Wichtigkeit der Fehler an den verschiedenen Stellen des Querschnittes bei gewissem ϑ und α wird der Fehler wieder durch das absolute Verhältnis des Wertes $Y(\vartheta, \alpha, \eta, \varphi, \psi)$ zum Maximalwert $Y(\vartheta, \alpha, \eta)_{max}$ reduziert, d. h.

$$\eta^0 R_{y,red} = \frac{\eta^0 \Delta Y}{Y} \cdot \left| \frac{Y}{Y_{max}} \right| \dots \dots \dots (15)$$

Wir führen schließlich zur Gewinnung einer Vorstellung vom Einfluß der Innenkräfte durch konsequente Vernachlässigung des Kontraktionsfähigkeitsparameters η , also in der Grundgleichung, in den Randbedingungen sowie in den Ausdrücken für die Innenkräfte, folgendes aus:

$$\circ \circ Y(\vartheta, \alpha, \varphi, \psi) = C [\circ X_1(\vartheta, \alpha, \varphi, \psi) + \circ k \circ X_2(\vartheta, \alpha, \varphi, \psi)] \dots \dots \dots (16)$$

Der Fehler ist wieder durch das Verhältnis des Unterschiedes dieser und der richtigen Größe, d. h.

$$\circ \circ \Delta Y = Y - \circ \circ Y$$

zum richtigen Wert Y gegeben, so daß

$$\circ \circ R_y = \frac{\circ \circ \Delta Y}{Y} \dots \dots \dots (17)$$

Nach der Reduktion durch den absolut maximalen Wert der statischen Größe $Y(\vartheta, \alpha, \eta)_{max}$ für jede Kombination von ϑ und α wie in den vorhergehenden Fällen wir schließlich erhalten

$$\circ \circ R_{y,red} = \frac{\circ \circ \Delta Y}{Y} \cdot \left| \frac{Y}{Y_{max}} \right| \dots \dots \dots (18)$$

In allen Fällen wird die durchschnittliche absolute Ungenauigkeit der Berechnung immer für eine gewisse Kombination von ϑ und α infolge der Verwendung des unrichtigen Wertes η durch folgende Beziehung bestimmt:

$$|R_{y,red}|_s = \frac{\sum_n |R_{y,red}|}{n} \dots \dots \dots (19)$$

Im weiteren beachten wir wieder die infolge der Vernachlässigung des Kontraktionsfähigkeitsparameters $\eta = 0,25$ entstandenen Fehler.

Das Längsbiegemoment ist gegeben durch die Beziehung

$$M_L = C_{M_L} (K + \eta \mu) \dots \dots \dots (20)$$

so daß die einzelnen Ausdrücke für die reduzierten Fehler folgende sind:

durch Vernachlässigung von η in der Randbedingung und Grundgleichung

$$\circ \eta R_{M_L,red} = \frac{(K + \eta \mu) - (\circ K + \eta \circ \mu)}{K + \eta \mu} \cdot \left| \frac{K + \eta \mu}{(K + \eta \mu)_{max}} \right| \dots \dots \dots (21a)$$

durch Vernachlässigung von η im Ausdruck für M_L

$$\eta^0 R_{M_L,red} = \frac{(K + \eta \mu) - K}{K + \eta \mu} \cdot \left| \frac{K + \eta \mu}{(K + \eta \mu)_{max}} \right| \dots \dots \dots (21b)$$

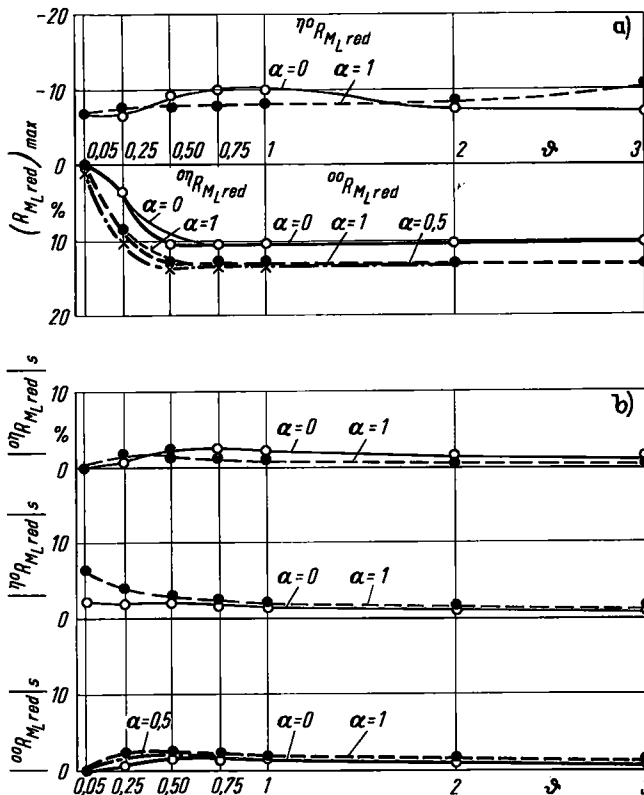


Bild 2

durch Vernachlässigung von η in der ganzen Berechnung

$$\circ \circ R_{M_L,red} = \frac{(K + \eta \mu) - \circ K}{K + \eta \mu} \cdot \left| \frac{K + \eta \mu}{(K + \eta \mu)_{max}} \right| \dots \dots \dots (21c)$$

Die durchschnittlichen Ungenauigkeiten gemäß (19) sind in diesem Fall

$$\begin{cases} \circ \eta R_{M_L,red} \\ \eta^0 R_{M_L,red} \\ \circ \circ R_{M_L,red} \end{cases} \Big|_s = \frac{\sum_n | \dots |}{n} \dots \dots \dots (22)$$

Für den gleichen Bereich der Parameter ϑ und α wie in Abschnitt 2 wurden die Fehler sowie die durchschnittlichen Ungenauigkeiten infolge der Vernachlässigung von η in den verschiedenen Berechnungsphasen berechnet; der Verlauf der maximalen reduzierten Fehler und der durchschnittlichen Ungenauigkeiten in Abhängigkeit von ϑ ist in Bild 2 angeführt. Man sieht, daß der maximale Gesamtfehler mit Ausnahme der sehr kleinen ϑ ($< 0,5$), ohne Rücksicht auf α , Werte von 10 bis 13 %, immer auf der gefährlichen Seite, erreicht. Die durchschnittliche Ungenauigkeit der Berechnung ist im ganzen Bereich von ϑ sowie α klein ($< 2\%$).

Das Querbiegemoment ist gegeben durch die Beziehung

$$M_Q = C_{M_Q} (\mu + \eta K) \dots \dots \dots (23)$$

und demgemäß haben die Ausdrücke für die Fehler sowie Ungenauigkeiten eine dem vorhergehenden Fall analoge Form. Graphisch ist der Verlauf der maximalen Fehler in den Quermomenten und der durchschnittlichen Ungenauigkeiten infolge der Vernachlässigung von $\eta = 0,25$ in den verschiedenen Berechnungsphasen in Bild 3 angeführt. Der maximale Gesamtfehler ändert sich mit ϑ unterschiedlich für verschiedene α : für $\alpha = 0$ ist der Fehler am kleinsten, mit wachsendem ϑ steigt er bis auf rd. 11 % bei $\vartheta = 1,0$ an und bleibt weiterhin konstant; für $\alpha = 1$ sinkt der Fehler mit wachsendem ϑ bis auf rd. 22 % bei $\vartheta = 1$ und bleibt weiterhin konstant. In allen Fällen geht der Fehler infolge Vernachlässigung

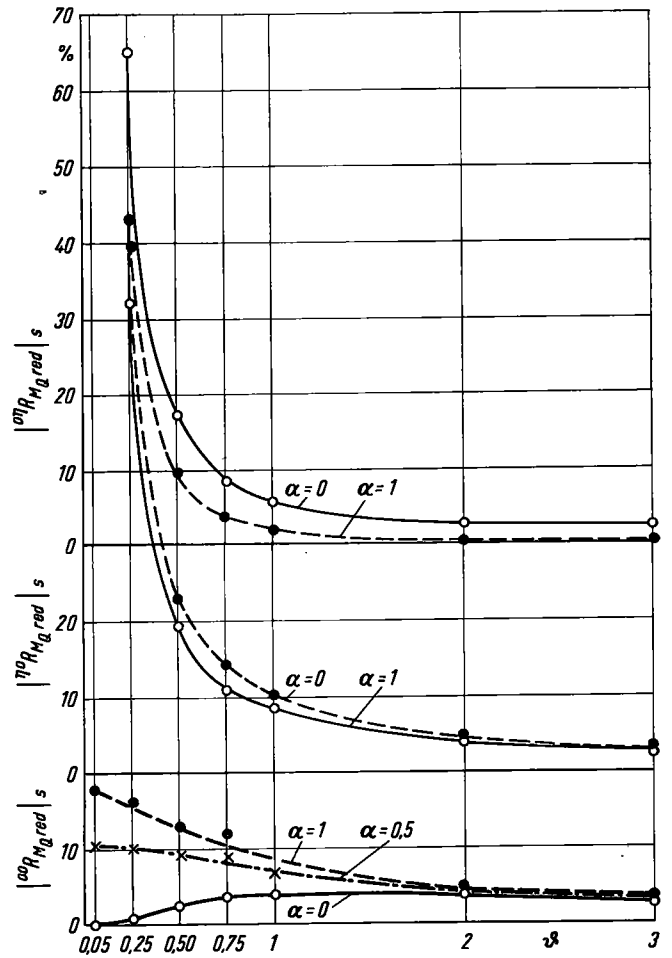
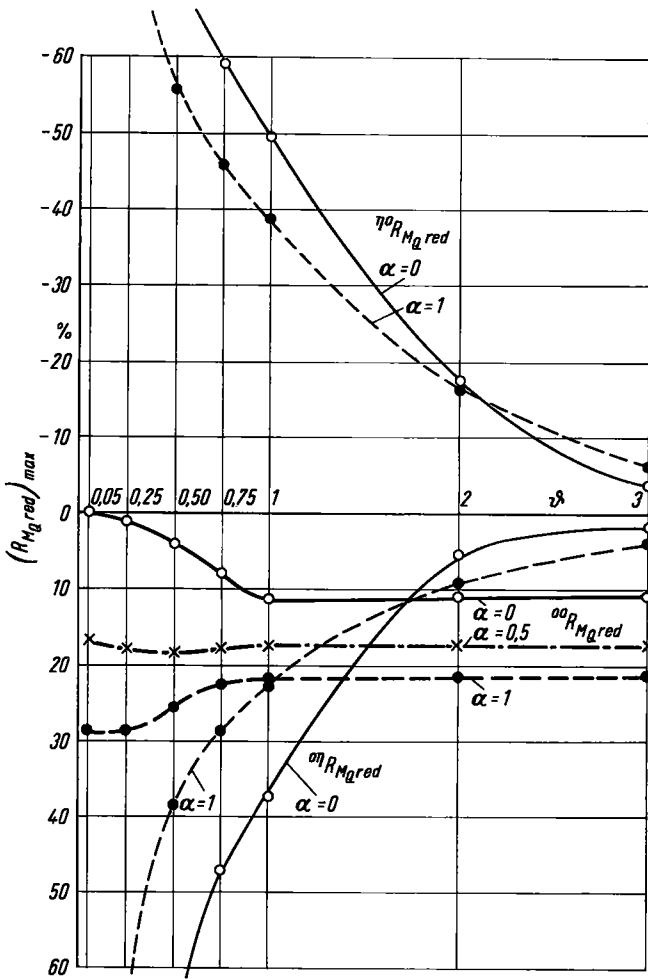


Bild 3a

Bild 3b

von η auf die gefährliche Seite. Die durchschnittlichen Ungenauigkeiten sind größer als bei den Längsmomenten, in Abhängigkeit von ϑ und α ändern sie sich zwischen 3 und 17 %.

Für die Torsionsmomente gilt (bei einer orthotropen Platte)

$$M_T = C_{M_T} [(1 - \eta) \alpha \cdot \tau] \quad (24)$$

so daß die einzelnen Ausdrücke für die reduzierten Fehler folgende sind:

$$\begin{aligned} \eta R_{M_T \text{red}} &= \frac{[\tau - \sigma \tau]}{\tau} \cdot \left| \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right| \\ \eta^0 R_{M_T \text{red}} &= \frac{\eta}{1 - \eta} \cdot \left| \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right| \quad (25) \\ \infty R_{M_T \text{red}} &= \frac{(1 - \eta) \tau - \sigma \tau}{(1 - \eta) \tau} \cdot \left| \frac{\tau}{\tau_{\max}} \right| \end{aligned}$$

Graphisch sind der Verlauf der maximalen reduzierten Fehler und die durchschnittlichen Ungenauigkeiten der Berechnung mit sich änderndem ϑ in Bild 4 veranschaulicht. Der maximale Gesamtfehler bleibt im großen und ganzen konstant im ganzen Bereich von ϑ sowie α in den Grenzen von 10 bis 15 % auf der gefährlichen Seite. Die gesamte durchschnittliche Ungenauigkeit bewegt sich mit Ausnahme von kleinen ϑ immer unterhalb von 10 %.

Die Längsschubkraft ist gegeben durch den Ausdruck

$$Q_L = C_{Q_L} [K + \varepsilon \mu], \quad \text{wo } \varepsilon = \eta + \alpha (1 - \eta) \quad (26)$$

und die Reaktion ist (bei einer orthotropen Platte)

$$\bar{Q}_L = C_{\bar{Q}_L} [K + (2\varepsilon - \eta) \mu] \quad (27)$$

Analog ist die Querschubkraft (bei einer orthotropen Platte)

$$Q_Q = C_{Q_Q} \left[\kappa + \frac{\varepsilon}{4} \tau \right] \quad (28)$$

Die Ausdrücke für die relativen Fehler infolge der Vernachlässigung von η in den einzelnen Berechnungsphasen sind analog wie im Fall der Längsmomente, und sie müssen nicht angeführt werden. Graphisch ist der Verlauf der maximalen reduzierten Fehler und der durchschnittlichen Ungenauigkeiten dieser drei Innenkräfte in den Bildern 5, 6 und 7 angeführt. Der maximale Gesamtfehler der Längsschubkraft sowie der Reaktion sinkt mit wachsendem ϑ und ändert sich stark gemäß α in den Grenzen von $\pm 10\%$, d. h. er geht von dem bei kleinen α auf die gefährliche Seite gerichteten Fehler, bei größeren α auf Fehler nach der sicheren Seite über. Die gesamten durchschnittlichen Ungenauigkeiten können (bis auf kleine ϑ bei $\alpha = 1$) vernachlässigt werden. Der maximale Gesamtfehler der Querschubkraft hat einen nur bei kleinen ϑ und größeren α in Betracht kommenden Wert, und er ist immer nach der gefährlichen Seite gerichtet. Die gesamte durchschnittliche Ungenauigkeit kann im ganzen Bereich von ϑ sowie α vernachlässigt werden.

4. Einfluß der Querkontraktion bei gleichmäßiger Vollbelastung

Wenn man bei der Analyse formorthotroper Flächentragwerke eines einfachen Brückentyps konsequent auf den Einfluß der Querkontraktion achtet, dann werden die Innenkräfte auch bei einer auf die Breite gleichmäßigen Belastung ungleichmäßig auf die Breite der Konstruktion verteilt werden (Bild 8). Durch die Größe des dimensionslosen Beiwertes K^0 , der gleichfalls nach der zitierten Methode der dimensionslosen Beiwerte [1] für gleichmäßige Belastung (oder durch das Integral der Einflußfläche des Beiwertes K) bestimmt wurde, wird die Durchbiegung definiert; für einige Werte der Parameter ϑ , α und η und für zwei Stellen des Querschnittes

Einfluß der Querkontraktion bei der Analyse formorthotroper Flächentragwerke

Tabelle III. Fehler des Beiwertes $(1 + K^0)$ durch Einfluß der Vernachlässigung von $\eta = 0,25$

ϑ	η	$\varphi = \pi$			$\varphi = \pi/4$		
		$\alpha = 0$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1$	$\alpha = 0$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 1$
0,5	0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	0,25	1,243	1,154	1,114	0,989	1,000	1,004
1,0	0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
	0,25	1,340	1,184	1,127	0,947	0,978	0,991

eine Erhöhung der Durchbiegung um rd. 23 % für den Fall von $\vartheta = 0,5$ und $\alpha = 0$ und sogar um rd. 39 % für den Fall von $\vartheta = 1$ und $\alpha = 0$;

— naturgemäß wächst mit ansteigendem ϑ der absolute Wert der Durchbiegung am Brückenrand an, während sich die Werte der Durchbiegung in den mittleren Teilen bei gleichem Wachsen von ϑ verringern.

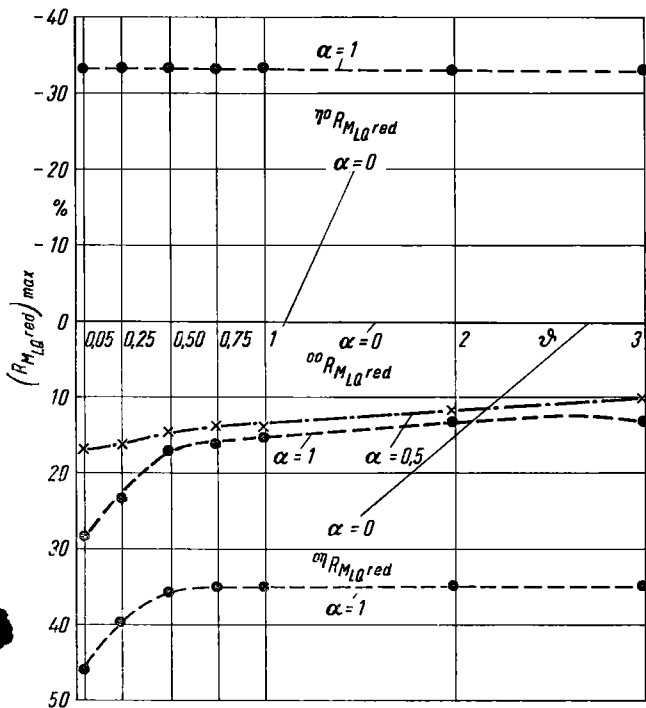


Bild 4a

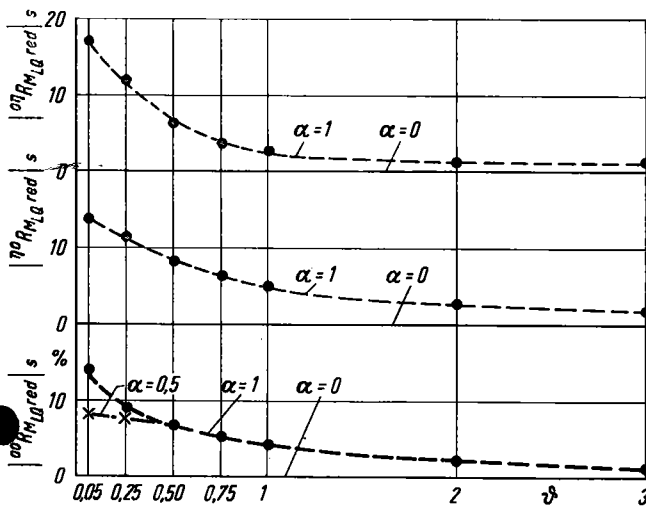


Bild 4b

$\varphi = \pi$ und $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ist in Tabelle III der Ausdruck $(1 + K^0)$ dargestellt.

Aus dem durchgeführten Vergleich kann man schließen, daß bei gleichmäßiger Belastung

- mit wachsendem α sich der Einfluß von η auf die absoluten Werte der Durchbiegung, insbesondere am Brückenrand, verringert;
- mit wachsendem η der absolute Wert der Durchbiegung, insbesondere am Brückenrand, ansteigt; innerhalb der Brückenbreite kommt es zu keinen bedeutsamen Veränderungen;
- bedeutende Größen erreicht der Einfluß von η nur am Brückenrand und in seiner nächsten Nähe (am Rand bedeutet der Einfluß der Erhöhung des Parameters η von $\eta = 0$ auf $\eta = 0,25$

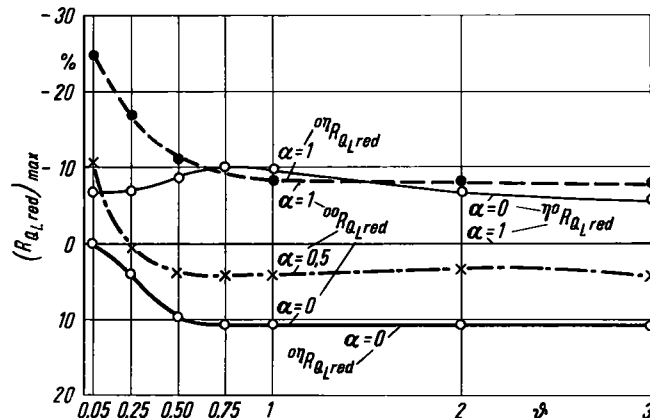


Bild 5a

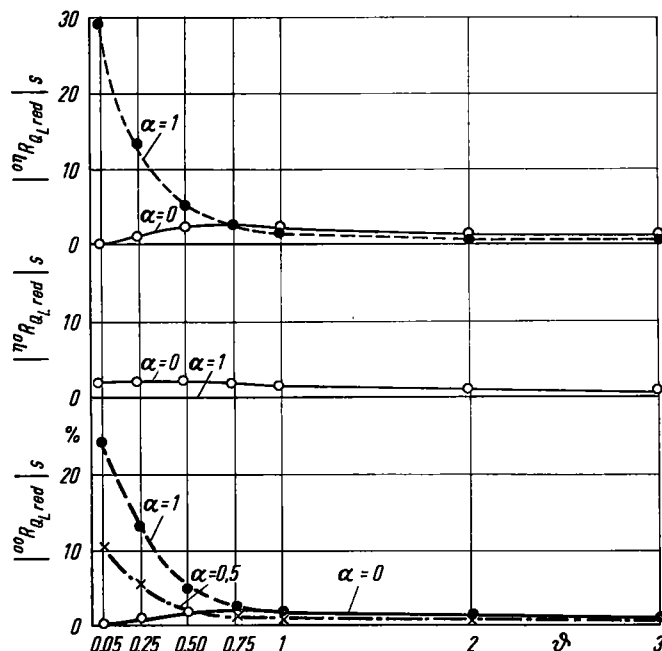


Bild 5b

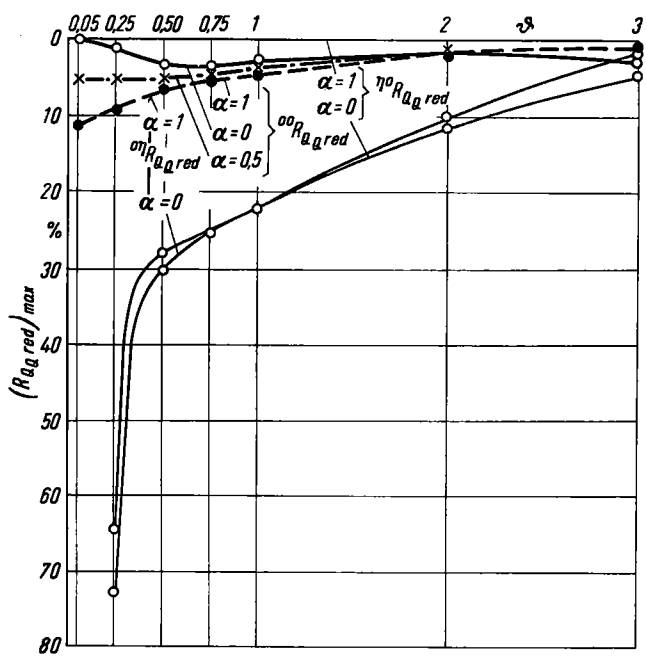


Bild 6a

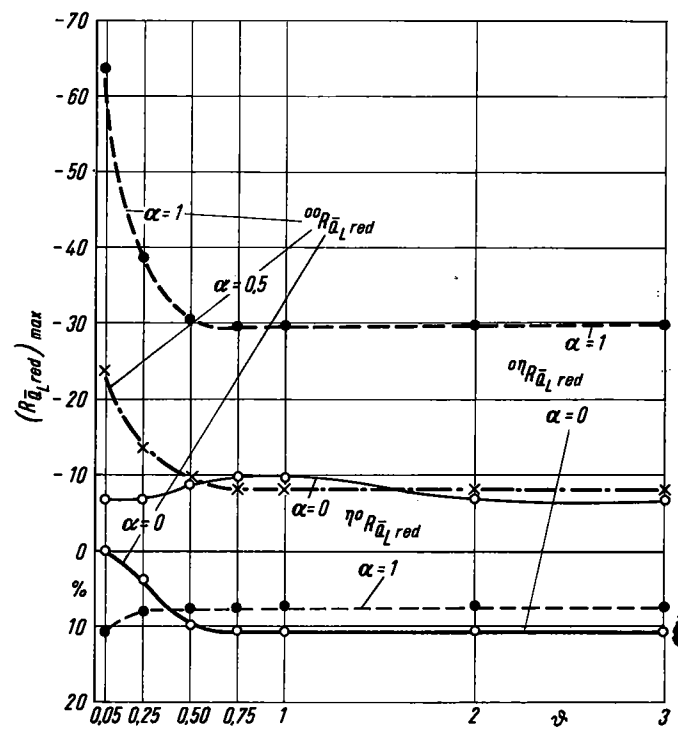


Bild 7a

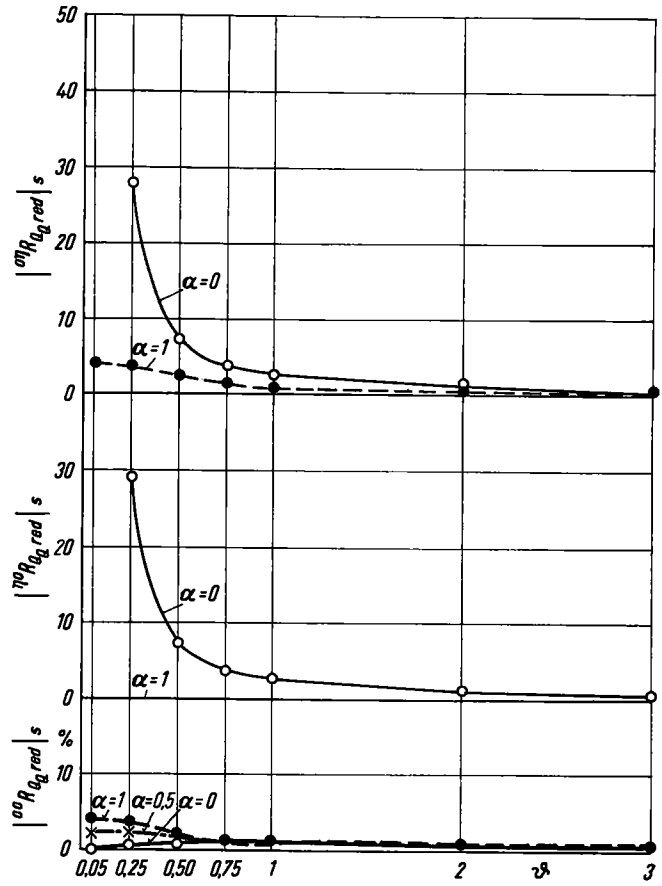


Bild 6b

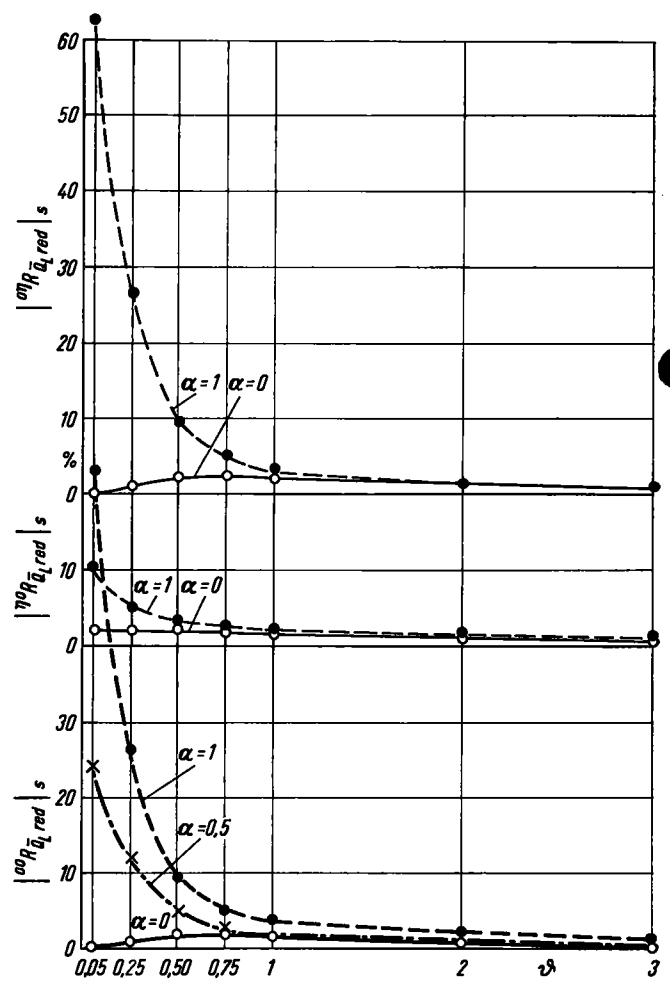


Bild 7b

Tabelle IV. Maximale reduzierte Fehler in %

	α	φ					η vernachlässigt in
		0,05	0,25	0,5	1,0	2,0	
M_L	0	0	+ 4	← + 10 →			Randbedingung Gleichung M_L überall
	1	0	+ 8	← + 13 →			Randbedingung Gleichung M_L überall
M_Q	0	+5625	+ 232	+ 72	+ 37	+ 5	Randbedingung Gleichung M_Q überall
	1	+1466	+ 80	+ 38	+ 24	+ 9	Randbedingung Gleichung M_Q überall
M_T	0	← 0 →	← 0 →	← 0 →			Randbedingung Gleichung M_T überall
	1	+ 46	+ 40	← + 35 →			Randbedingung Gleichung M_T überall
Q_L	0	0	+ 4	← + 10 →			Randbedingung Gleichung Q_L überall
	1	- 24	- 17	- 11	← - 8 →		Randbedingung Gleichung Q_L überall
Q_Q	0	-1519	- 65	- 28	- 22	- 10	Randbedingung Gleichung Q_Q überall
	1	+ 11	+ 10	+ 7	+ 4	+ 2	Randbedingung Gleichung Q_Q überall
\bar{Q}_L	0	0	3	← 10 →			Randbedingung Gleichung \bar{Q}_L überall
	1	- 65	- 48	← - 30 →			Randbedingung Gleichung \bar{Q}_L überall

Tabelle V. Durchschnittliche Ungenauigkeiten $|R_{red}|_s$ in %

	α	φ					η vernachlässigt in
		0,05	0,25	0,5	1,0	2,0	
M_L	0	← < 2 →	← < 2 →	← < 2 →			Randbedingung Gleichung M_L überall
	1	6	4	← < 2 →	← < 2 →		Randbedingung Gleichung M_L überall
M_Q	0	1611	65	17	6	2	Randbedingung Gleichung M_Q überall
	1	1153	43	9	2	0	Randbedingung Gleichung M_Q überall
M_T	0	← 0 →	← 0 →	← 0 →			Randbedingung Gleichung M_T überall
	1	17	12	← < 2 →	← < 2 →		Randbedingung Gleichung M_T überall
Q_L	0	29	13	5	← < 2 →		Randbedingung Gleichung Q_L überall
	1	24	13	5	← < 2 →		Randbedingung Gleichung Q_L überall
Q_Q	0	679	28	7	← < 2 →		Randbedingung Gleichung Q_Q überall
	1	4	3	← < 2 →	← < 2 →		Randbedingung Gleichung Q_Q überall
\bar{Q}_L	0	0	← < 2 →	← < 2 →	← < 2 →		Randbedingung Gleichung \bar{Q}_L überall
	1	63	26	9	5	2	Randbedingung Gleichung \bar{Q}_L überall

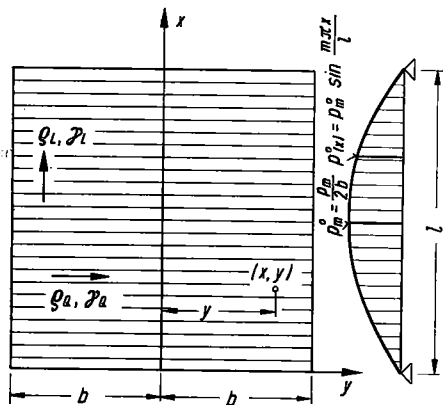


Bild 8

5. Schlußfolgerungen über den Einfluß der Querkontraktion auf die Innenkräfte

Die angeführte eingehende Analyse zeigte, daß die Vernachlässigung des Einflusses der Querkontraktion in fast allen Fällen zur Entstehung von Fehlern führt, die mit Rücksicht auf die Genauigkeit der ganzen übrigen Berechnung in Betracht gezogen werden müssen. Im allgemeinen, je größer der Torsionssteifigkeitsparameter ist, um so größere Fehler verursacht die Vernachlässigung von η ; dessen ungeachtet sind die Höchstwerte der Fehler bei jedem beliebigen a vergleichbar.

Mit wachsendem Querversteifungsparameter ϑ (d. h. mit dem Anwachsen der Quernachgiebigkeit der Konstruktion) vom Parameter $\vartheta = 0,5$ an ändert sich der Wert des maximalen reduzierten Gesamtfehlers nicht oder er sinkt. Durch die Vernachlässigung von $\eta = 0,25$ bewegt er sich in den Grenzen von 2 bis 30 %. Die größten maximalen reduzierten Gesamtfehler (durch Vernachlässigung von $\eta = 0,25$) entstehen bei $\vartheta = 0,5$ bei Q_L , M_Q und M_T (zwischen 10 und 30 %), es folgt Q_L (zwischen 5 und 20 %) und M_L (zwischen 5 und 15 %). Bei allen Innenkräften (mit Ausnahme von Q_L und Q_L bei größeren a) gehen die entstandenen maximalen Fehler auf die gefährliche Seite; wenn man also den Einfluß des Kontraktionsfähigkeitsparameters ($\eta = 0$) nicht beachtet, gehen die maximalen inneren (oder in der Umgebung des Maximums wirkenden) Kräfte kleiner hervor als bei der richtigen Berechnung. Ausführlichere Angaben über die maximalen Fehler durch den Einfluß der Vernachlässigung von η in den verschiedenen Berechnungsphasen sind noch in Tabelle IV angeführt.

Die durchschnittlichen Ungenauigkeiten der Berechnung (der Durchschnitt aus den absoluten Werten der reduzierten Fehler) sind wesentlich kleiner als die maximalen Fehler, wie es zusammenfassend Tabelle V zeigt. Wenn der Einfluß von η gemäß den gesamten durchschnittlichen Ungenauigkeiten der Berechnung beurteilt würde, könnte er bei M_L und Q_Q sowie bei den übrigen Innenkräften für kleinere a völlig vernachlässigt werden.

Bei der Bemessung entscheiden jedoch die größten Werte der Innenkräfte, die meistens die größten Fehler durch den Einfluß der Vernachlässigung von η (und zwar meist nach der gefährlichen Seite gerichtet) aufweisen. Es sollte daher immer erwogen werden, in welchen Fällen oder ob man überhaupt an die Berechnung ohne

Einführung des Einflusses der Querkontraktion herangehen kann. Die numerischen Werte der Fehler, die angeführt wurden, entsprechen der Vernachlässigung des Parameters $a = 0,25$; falls der wirkliche Parameter η niedriger ist, verringern sich natürlich auch alle Fehler und Ungenauigkeiten der Berechnung. So z. B. sind schon bei einem Kontraktionsfähigkeitsparameter $a = 0,10$ die maximalen reduzierten Fehler bei den meisten Innenkräften und für die Mehrzahl von ϑ und a kleiner als 5 %, nur bei M_T und M_Q für größere a und bei Q_L , Q_L für großen Parameter a und kleinen Parameter ϑ sind die Fehler größer als 10 %.

Die Analyse zeigt gleichfalls, daß die Vernachlässigung von η nur in irgendeiner Berechnungsphase gewöhnlich keine Verbesserung der Übereinstimmung mit den genauen Ergebnissen bedeutet, sondern daß sie im Gegenteil zu wesentlich größeren (auch katastrophalen) Fehlern führen kann als bei konsequenter Vernachlässigung im Lauf der ganzen Berechnung. Besonders empfindlich sind in dieser Hinsicht die Größen M_Q , M_T und Q_Q , wo die Fehler durch die Vernachlässigung von η entweder nur in der Randbedingung oder nur in der Gleichung für die betreffende Innenkraft Dutzende bis Hunderte von Prozenten erreichen.

Sämtliche Näherungsberechnungen, die den Einfluß von η nur in irgendeiner Berechnungsphase einbeziehen oder ersetzen, sind deshalb völlig ungeeignet; wenn man nicht eine genaue Berechnung ausführen kann, erweist es sich als zweckmäßiger, konsequent $\eta = 0$ mit dem Bewußtsein eines möglichen, oben erwähnten Fehlers vor auszusetzen.

Aus der Analyse ersieht man ferner, daß die Beeinflussung der Durchbiegungen und der Innenkräfte formorthotroper Flächentragwerke infolge ihrer (durch den Parameter η bestimmten) Kontraktionsfähigkeit auch bei einer gleichmäßig auf die Breite verteilten Belastung in manchen Fällen von einer Bedeutung sein kann, die nicht vernachlässigt werden darf.

Die konsequente Einführung des Kontraktionsfähigkeitsparameters, die den Einfluß der Querkontraktion der einzelnen Elemente und ihrer Interaktion auf das Verformungsverhalten der Konstruktion als eines Ganzen ausdrückt, kann gegenüber den bisherigen Arten der Berechnung formorthotroper Flächentragwerke zu einer Präzisierung führen, die Dutzende von Prozenten erreicht. Dies ist ein Wert, den man beim heutigen Bestreben, das Verhalten der Konstruktion möglichst genau zu erfassen und so eine maximale Ökonomie des Werkes zu ermöglichen, nicht vernachlässigen sollte. Als besonders wichtig kann sich die Einführung der Wirkung der Kontraktionsfähigkeit bei Konstruktionen aus neuzeitlichen Materialien, deren Poissonscher Beiwert hoch ist (Plaste, Leichtlegierungen, Kompositmaterialien) und in solchen Konstruktionen erweisen, wo eine genaue Berechnung aus besonderen Gründen unerlässlich ist (Flugzeug- und Raketenkonstruktionen).

1) Wir weisen von neuem darauf hin, daß sämtliche Erwägungen die reduzierten Fehler in Hinsicht auf den absolut größten Wert der betreffenden Größe aus den berechneten 45 Werten für bestimmte ϑ und a betreffen. Die Fehler an jeder einzelnen Stelle von φ und ψ sind natürlich größer, und sie sind von Bedeutung bei einer komplizierteren Belastung und in den Einflußlinien.

Literatur

- [1] Bareš, R.: Method of Dimensionless Coefficients for Analysis of Structurally Orthotropic Plane Structures. Acta Technica CSAV, 18 (1973), H. 5 u. 6, S. 462—493 n. 595—621.
- [2] Bareš, R.: Bestimmung der Biege- und Torsionssteifigkeiten von Flächentragwerken unter Berücksichtigung der Querkontraktion. VDI-Z 1974.
- [3] Bareš, R.: Vypočet tvarove ortotropnich plošnych konstrukci metodou bezrozmernych součinitelů. Bericht ITAM-TSAW, Prag, 1971/72.